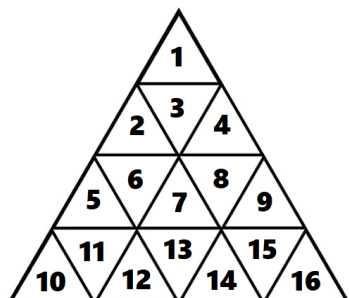
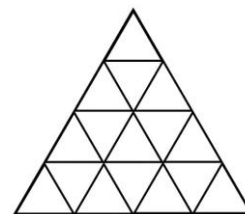


Математическая олимпиада школьников Республики Татарстан

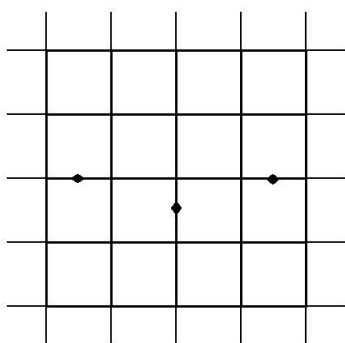
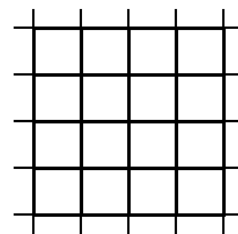
4 класс, финальный тур. 15 февраля 2025 года. Решения задач

1. Никита вписал числа от 1 до 16 (каждое — по одному разу) в треугольники на рисунке справа. Потом он посчитал всевозможные суммы чисел, стоящих в двух соседних по стороне треугольников. Оказалось, что все эти суммы различные. Покажите, как он мог расставить числа. *Достаточно привести один пример.*



Решение. Одна из возможных расстановок приведена на рисунке.

2. На рисунке представлен план города, улицы которого делят город на 16 одинаковых квадратных кварталов. Сторона каждого квартала равна 200 метров. Покажите, как на улицах **вне перекрестков** расположить три полицейских участка так, чтобы от любого перекрестка можно было добраться до какого-нибудь участка, проехав не более 500 метров вдоль улиц. *Достаточно привести один пример.*



Решение. Одна из возможных расстановок показана на рисунке. Точками обозначены полицейские участки, они расположены в точности посередине между соседними перекрестками.

3. Мама купила одинаковые блокноты по 60 листов Тимуру и его брату Дамиру. На первой странице Тимур нарисовал треугольник, а Дамир — пятиугольник. На каждой следующей странице Тимур повторял предыдущую фигуру Дамира, а Дамир рисовал многоугольник, в котором было на одну сторону больше или на одну сторону меньше, чем в его предыдущей фигуре. Могло ли так оказаться, что когда блокноты закончились, братья нарисовали одинаковое количество отрезков? *Обоснуйте свой ответ.*

Ответ. Не могло.

Решение. Рисунки Дамира, распоженные с 1-ой по 59-ю страницу повторяются у Тимура со 2-й по 60-ю страницу. Поэтому для того, чтобы число отрезков оказалось одинаковым, у Дамира на 60-ой странице должен быть нарисован треугольник. Заметим, что на первой странице Дамира нарисовано нечетное количество отрезков и каждый раз при переходе на следующую страницу он меняет число отрезков на 1. Следовательно,

на страницах с четными номерами у него будет нарисовано четное количество отрезков, а на страницах с нечетными номерами — нечетное количество. Поэтому на 60-ой странице у Дамира не может быть нарисован треугольник.

4. Карим и Айдар любят леденцы и мармелад. У Айдара сладостей на 10 больше, чем всего леденцов у ребят, а у Карима сладостей вдвое меньше, чем мармелада у ребят. Сколько всего сладостей у ребят, если известно, что леденцов у Айдара столько же, сколько мармелада у Карима? *Обоснуйте свой ответ.*

Ответ. 30.

Решение. Поскольку леденцов у Айдара столько же, сколько мармелада у Карима, то сладостей у Айдара столько же, сколько всего мармелада у ребят, а леденцов у ребят столько же, сколько сладостей у Карима. Из условия задачи, следует, что сладостей у Айдара на 10 больше, чем сладостей у Карима, и в то же время вдвое больше, чем сладостей у Карима. Тогда 10 сладостей — это половина от числа сладостей Айдара. Следовательно, у Айдара 20 сладостей, а у Карима 10 сладостей. В сумме получается 30.

5. Шесть ребят пошли в театр. Изначально они заняли места в форме прямоугольника 2×3 , уместившись в двух рядах. После антракта они обнаружили, что их места заняты. Расстроенные дети нашли шесть мест друг за другом и расселись на них. Алла: “Опять этот Ефим сидит прямо передо мной! Ничего не видно.”

Берта: “Зато теперь между мной и тобой никто не сидит!”

Вагиз: “Эй вы, сзади, хватит там болтать! Мешаете!”

Гриша: “Кто бы говорил! Сам до этого сидел и болтал прямо позади меня.”

Денис: “Опять я сижу рядом с Гришей.”

Сидящая прямо перед Гришей бабушка обернулась и сказала ему, что в театре нельзя так вести себя. После этого дети замолчали. Как располагались дети до и после антракта? *Обоснуйте свой ответ.*

Е	Г	Д
А	В	Б

Д	Г	Е
Б	В	А

Ответ. До антракта —

Е	Г	Д
А	В	Б

 или

Д	Г	Е
Б	В	А

, после антракта — ГДВЕАБ.

Решение. Будем обозначать посадку детей после антракта по первым буквам слева направо, слева – места, которые ближе к сцене.

Из утверждения Аллы следует, что и до, и после антракта Ефим сидел перед Аллой (порядок будем обозначать по буквам: ЕА). Из утверждения Берты следует, что после антракта порядок детей был ЕАБ, а до антракта Алла и Берта сидели в одном ряду через

Е		
А		Б

одного ребенка. Тогда рассадка детей могла быть только такой:

		Е
Б		А

. По утверждению Гриши, Гриша и Вагиз сидели друг за другом в одном ряду, поэтому рассадка остальных детей до антракта могла быть только такой:

Е	Г	Д
А	В	Б

Д	Г	Е
Б	В	А

или

После антракта, по утверждению Дениса, порядок ГД. Поскольку перед Гришей сидит бабушка, то Гриша самый первый, тогда порядок либо ГДЕАБВ, либо ГДВЕАБ. Но первый случай не подходит под утверждение Вагиза.

6. Маленький Фанис решил сделать новый календарь. По его мнению, в каждой неделе должно быть ровно семь дней: понедельник, вторник, среда, четверг, пятница, суббота и воскресенье, но в разных неделях их порядок может отличаться. Могло ли у него получиться так, что все даты, в которых число дней оканчивается на “1”, стали воскресеньями? Например, 1 марта или 21 сентября должны быть воскресеньями, а 2 марта или 20 сентября — необязательно. Напомним, что в феврале 28 или 29 дней; в апреле, июне, сентябре и ноябре — 30 дней; в остальных месяцах — 31 день. *Обоснуйте свой ответ.*

Ответ. Не могло.

Решение. Допустим, что так получилось. Тогда дни 31 марта, 1 апреля, 31 мая, 1 июня являются воскресеньями. Значит, 1 апреля является первым днём новой недели, а 31 марта является последним днем предыдущей недели, иначе в одной неделе было бы два воскресенья. Аналогично, 31 мая — конец одной недели, а 1 июня — начало следующей. Это означает, что все дни с 1 апреля по 31 мая разбиты по целым неделям. Но заметим, что всего дней с 1 апреля по 31 мая имеется $30 + 31 = 61$, что не делится на 7. Поэтому такого быть не могло.

Замечание. Приведенный способ получить противоречие не является единственным.